УДК 861.5.015.2

В.Д. ДМИТРИЕНКО, С.Ю. ЛЕОНОВ, А.Ю. ЗАКОВОРОТНЫЙ, Д.М. ГЛАВЧЕВ
Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт"
serleomail@gmail.com

ПРОБЛЕМЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫЙ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ К ЭКВИВАЛЕНТНЫМ ЛИНЕЙНЫМ В ФОРМЕ БРУНОВСКОГО

Рассматривается задача линеаризации математических моделей, описывающих технологические процессы, с целью получения удобного инструмента для управления ими. Задача линеаризации решается с помощью геометрической теории управления (ГТУ). Привлекательность ГТУ связана с получением эквивалентных нелинейным моделям линейных моделей, которые удобно использовать для решения задач управления, получая структуры регуляторов или законы управления. После чего осуществляется обратный переход из пространства линейных систем в пространство исходной нелинейной системы. При этом основные аналитические преобразования автоматизированы с помощью специализированного программного обеспечения. Поиск функций преобразования, связывающих переменные линейной и нелинейной моделей, осуществляется с помощью нового конструктивного метода решения системы дифференциальных уравнений в частных производных.

Ключевые слова: *линеаризация математической модели; технологические процессы; геометрическая теория управления; программное обеспечение; функции преобразования.*

V.D. DMITRIENKO, S.YU. LEONOV, A.YU. ZAKOVOROTNY, D.M. GLAVCHEV
National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"
serleomail@gmail.com

PROBLEMS OF TRANSFORMATION NON-LINEAR CONTROL SYSTEMS OF TECHNOLOGICAL PROCESSES TO EQUIVALENT LINEAR IN THE FORM OF BRUNOVSKY

The problem of linearization of mathematical models describing technological processes with the purpose of obtaining a convenient tool for managing them is considered. The problem of linearization is solved by means of a geometric control theory (GCT). The attractiveness of GCT is connected, first of all, with obtaining equivalent nonlinear linear models, which are convenient for solving management problems and receiving regulatory structures or control laws. After that performed the reverse transition from the space of linear systems to the space of the original nonlinear system. A wider application of the geometric control theory is hindered by cumbersome analytical transformations connected with the calculation of the derivatives and the Lie brackets, the definition of the involutivity of distributions, and so on, and also the problem of determining the transformation functions connecting the variables of linear models in the form of Brunovsky and initial non-linear models of control objects. The authors developed specialized software that automates the main analytical transformations of GCT. The search for the transformation functions connecting the variables of the linear and nonlinear models is carried out using a new constructive method for solving the system of partial differential equations.

Keywords: *linearization of the mathematical model; technological processes; geometric control theory; software; conversion functions.*

Большое число различных технологических процессов рационально описывать и исследовать с помощью систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, решения которых часто удобно представлять в виде кривых и поверхностей в трехмерном пространстве. Поскольку одно из основных назначений дифференциальной геометрии состоит в изучении свойств таких геометрических объектов, то неудивительно, что на стыке теории управления технологическими объектами и дифференциальной геометрии возникла геометрическая теория управления [1, 2], которая находит определенное применение при поиске оптимальных управлений различными объектами. Привлекательность геометрической теории управления (ГТУ) связана, в первую очередь, с получением эквивалентных нелинейным моделям линейных моделей, которые удобно использовать для решения задач оптимального управления, получая структуры регуляторов или законы управления. После чего осуществляется обратный переход из пространства линейных систем в пространство исходной нелинейной системы. Более широкому применению геометрической теории управления препятствуют громоздкие аналитические преобразования, связанные с вычислением производных и скобок Ли, определением инволютивности распределений и т.д. [1, 2], а также проблема определения функций преобразования, связывающих переменные линейных моделей в форме Бруновского и исходных нелинейных моделей объектов управления. Большую часть аналитических преобразований удалось автоматизировать с помощью специализированного программного обеспечения [3, 4]. Однако проблема определения функций преобразования в общем случае требует своего решения, что связано с необходимостью решения системы дифференциальных уравнений в частных производных вида:

$$a_{11}\frac{\partial T_g(x)}{\partial x_1}+a_{12}\frac{\partial T_g(x)}{\partial x_2}+\ldots+a_{1n}\frac{\partial T_g(x)}{\partial x_n}=0;$$

....

$$a_{r1}\frac{\partial T_g(x)}{\partial x_1}+a_{r2}\frac{\partial T_g(x)}{\partial x_2}+\ldots+a_{rn}\frac{\partial T_g(x)}{\partial x_n}=0; \qquad (1)$$

....

$$a_{k1}\frac{\partial T_g(x)}{\partial x_1}+a_{k2}\frac{\partial T_g(x)}{\partial x_2}+\ldots+a_{kn}\frac{\partial T_g(x)}{\partial x_n}=0,$$

где $a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{kn}$ – постоянные коэффициенты, задаваемые векторным полем объекта управления; $T_g(x)$ – неизвестная функция преобразования для g-ой клетки Бруновского; $x=(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – вектор фазовых переменных исходного объекта; $a_{r1}, a_{r2}, \ldots, a_{kn}$ – коэффициенты, определяемые производными Ли от функции $T_g(x)$ векторного аргумента x.

Зная $T_g(x)$ путем последовательного взятия производных Ли вдоль векторного поля фазовых переменных несложно получить выражения, связывающие переменные линейной и нелинейной моделей для g-ой клетки канонической формы Бруновского.

Число уравнений в системе (1) зависит как от числа управлений, так и от индекса управляемости соответствующей клетки Бруновского [3, 4]. При числе управлений $l=3$ и индексе управляемости, равном 4, число уравнений равно 12. Решение системы уравнений (1) в общем случае не является тривиальной задачей. В связи с этим был предложен поиск функций преобразований $T_g(x)$, где $g=1, 2, \ldots, k_g$, k_g – число клеток Бруновского, с помощью нейронной сети, а также метод, связанный с уменьшением числа аргументов, от которых может зависеть функция $T_g(x)$.

Литература

1. 1. Краснощёченко В.Н. Нелинейные системы: геометрический метод анализа и синтеза / В.И. Краснощёченко, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2005. – 520 с.
2. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 2 Многомерные нелинейные, оптимальные и адаптивные системы: учебное пособие / Д.П. Ким. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.
3. Дмитриенко В.Д. Моделирование и оптимизация процессов управления движением дизель-поездов / В.Д. Дмитриенко, А.Ю. Заковороный. – Харьков: НТМТ, 2013. – 248 с.
4. Дмитриенко В.Д. Преобразование нелинейных систем управления к эквивалентным линейным в канонической форме Бруновского / В.Д. Дмитриенко, А.Ю. Заковоротный // Электротехнические системы и комплексы. – Магнитогорск: МГТУ, 2014. – № 4 (25). – С. 8 – 14.

References

1. Krasnoshechenko, V.N., and Krishenko, A.P. (2005), "Nonlinear systems: geometrical method of analysis and synthesis", Bauman Moscow State Technical University (BMSTU), Moskow, 520 p.
2. Kim, D.P. (2004), "Theory of automatic control. T. 2. Multidimensional nonlinear, optimal and adaptive systems", FYSMATLIT, Moskow, 464 p.
3. Dmitrienko, V.D., and Zakovorotny, A.Y. (2013), "Modelling and optimization of management processes of diesel trains", HTMT, Kharkiv, 248 p.
4. Dmitrienko, V.D., and Zakovorotny, A.Y. (2014), "Converting the nonlinear control systems equivalent to the linear canonical Brunovsky form", Electrical systems and complexes, Magnitogorsk: MSTU, Vol. 4 (25), pp. 8-14.